

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ สมการพหุนามตัวแปรเดียว เรื่อง การแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

แก้สมการและอสมการพหุนามตัวแปรเดียว ตีกริไม่เกินสี่ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

- 1) สมการพหุนามตัวแปรเดียว คือ สมการที่เขียนได้ในรูป

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นจำนวนลบ และ $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$ เป็นจำนวนจริงที่เป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนาม จะกล่าวว่า จำนวนจริง c เป็นคำตอบของสมการพหุนาม ก็ต่อเมื่อ แทน x ในสมการด้วย c แล้วได้สมการที่เป็นจริง

- 2) สมการกำลังสอง (quadratic equation) คือ สมการที่เขียนอยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$

เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริง โดยที่ $a \neq 0$

ถ้า $b^2 - 4ac \geq 0$ แล้วจะมีจำนวนจริงที่เป็นคำตอบของสมการกำลังสองนี้ โดยคำตอบของสมการ

คือ
$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้วจะไม่มีจำนวนจริงที่เป็นคำตอบของสมการกำลังสองนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้

แก้สมการพหุนามตั้งแต่ดีกรีกำลังสองขึ้นไปได้

สาระการเรียนรู้

สมการและอสมการพหุนาม

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนา เกี่ยวกับวิธีการและสูตรที่ใช้ในการแก้สมการกำลังสอง ที่ได้เรียนมาแล้วในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยยกตัวอย่างโจทย์ดังนี้

1.1 $x^2 - 4x + 3 = 0$

1.2 $x^2 - 4x + 4 = 0$

1.3 $x^2 - 4x + 5 = 0$

2. ครูใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับทฤษฎีบทเศษเหลือ และการแยกตัวประกอบพหุนาม

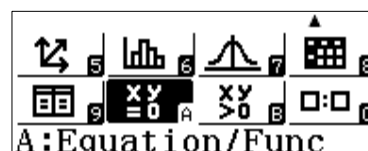
3. ครูยกตัวอย่างสมการกำลังสาม $x^3 - 8 = 0$ ในนักเรียนลองหาคำตอบของสมการนี้ เมื่อเอกภพสัมผัสคือเซตของจำนวนจริง

4. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมการพหุนามตัวแปรเดียว

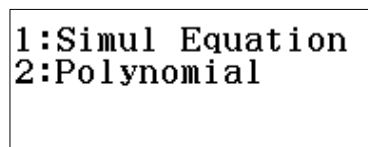
5. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3-5 คน โดยคณะกรรมการให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมที่ 3 โดยครูแนะนำการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz เพื่อหาคำตอบ และบันทึกคำตอบที่ได้ลงในตารางที่ 1 โดยสามารถใช้เมนู A: Equation/Function (ชั้นสำรวจ)

5.1 กด **MENU** **▼** **▼** **▶** เลื่อนแถบดำไปที่ A: Equation/Func

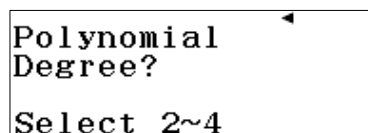
แล้ว กด **=**



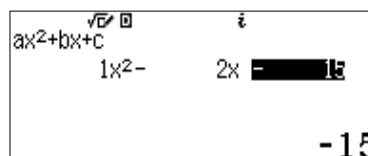
5.2 กด **2** เลือก 2: Polynomial



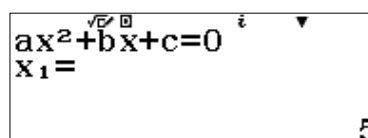
5.3 กด **2** เพื่อเลือกดีกรี 2 ของพหุนาม ($x^2 - 2x - 15 = 0$)



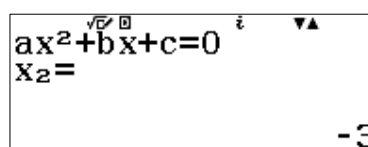
5.4 กด **1** **=** **-** **2** **=** **-** **1** **5** **=** **=**



5.5 หน้าจอขึ้นคำตอบของสมการ $x_1 = 5$ แล้วกด **=**

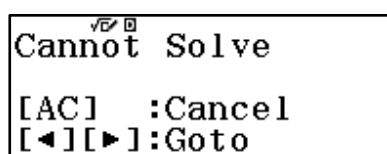


5.6 หน้าจอขึ้นคำตอบของสมการ $x_2 = -3$ แล้วบันทึกข้อมูลตามเครื่องคำนวณลงในตาราง พร้อมทั้งเขียนเซตคำตอบ

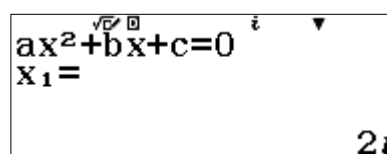


5.7 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาคำตอบของสมการ ซึ่งมีสมการบางข้อต้องจัดให้อยู่รูป $ax^2 + bx + c = 0$ ก่อนจะใช้เครื่องคำนวณหาคำตอบ

5.8 มีโจทย์บางข้อในใบกิจกรรมที่ 3 ที่นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบของสมการ โดยใช้คำสั่ง **CALC** และคำสั่ง A : Equation/Func ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะคำตอบ



จากคำสั่ง **CALC**



จากคำสั่ง A: Equation/Func

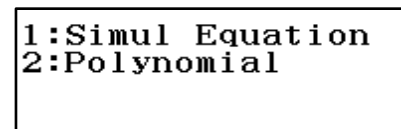
5.9 เมื่อนักเรียนหาคำตอบของสมการได้ครบแล้ว ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปลักษณะของคำตอบสมการกำลังสองในตารางที่ 1 ทั้งหมด แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอลักษณะของคำตอบและการเขียนเซตคำตอบของสมการ โดยมีครูและนักเรียนคนอื่นร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

6. ให้นักเรียนทุกคนทำใบกิจกรรมที่ 3 ตารางที่ 2 โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX ClassWiz และบันทึกคำตอบที่ได้ลงในตารางที่ 2 แต่ละข้อดังนี้

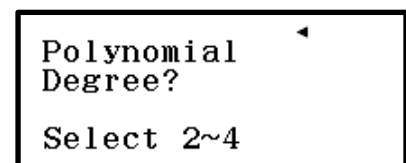
6.1 กด **MENU** เพื่อเลือก **▼ ▼ ▶** ไปที่
A : Equation/Func แล้ว กด **=**



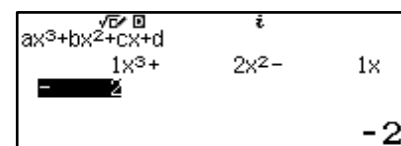
6.2 กด **2** เลือก 2: Polynomial



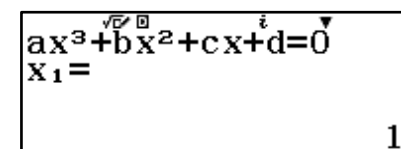
6.3 กด **3** พิจารณาโจทย์ข้อ 1 ในใบกิจกรรมที่ 3 ตารางที่ 2



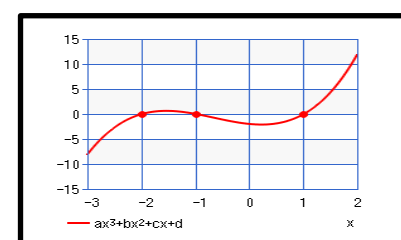
6.4 กด **1 = 2 = - 1 = - 2 =**



6.5 กด **=** จำนวน 3 ครั้ง จะได้คำตอบของสมการออกมาครั้งละ
1 คำตอบ (x_1 , x_2 , x_3) ตามลำดับ



6.6 ให้นักเรียนพิจารณารูปที่ได้จาก QR Code พิจารณาคำตอบ
ที่ได้จากเส้นกราฟตัดกับแกน X เช่น
(-2, 0), (-1, 0) และ (1, 0)



6.7 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบในตารางที่ 2 โดยใช้วิธีเดียวกันในข้อ 5.3 - 5.5 (ขั้นการหา
ความสัมพันธ์)

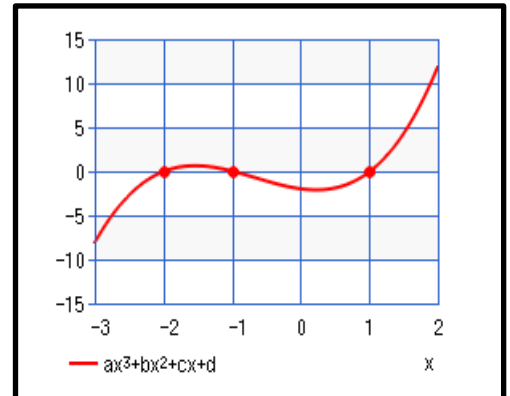
7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อพิจารณาลักษณะคำตอบของสมการดีกรีสามและสมการดีกรีสี่ และนำเสนอ ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปผลการอภิปราย (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 ข้อที่ 1 เพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้สมการพหุนามตัวแปรเดียว (ขั้นการฝึกทักษะ)

9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3 ข้อที่ 2 เป็นแบบฝึกหัด เพื่อนำความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา (ขั้นประยุกต์ใช้)

กระบวนการจัดการเรียนรู้เพิ่มเติม (CASIO Classroom Sharing)

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย คำตอบและจำนวนคำตอบเฉพาะที่เป็นจำนวนจริงของสมการพหุนาม โดยพิจารณาคำตอบจากกราฟ ที่ได้จากการสแกน QR code (บางสมการอาจมีเพียง 1 คำตอบ หรือ อาจจะไม่มีคำตอบเลย)



สื่อการเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 3
3. แบบฝึกทักษะที่ 3

การวัดผล/ประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3
2. ประเมินผลจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 3
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง สมการพหุนามตัวแปรเดียว

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบจากสมการที่กำหนดให้ โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX ClassWiz (โดยใช้คำสั่ง A : Equation/Function)

ตารางที่ 1 ให้นักเรียนหาเซตคำตอบของสมการกำลังสอง

ข้อ	สมการ	คำตอบจากเครื่องคิดเลข	เซตคำตอบที่เป็นจำนวนจริง
1	$x^2 - 2x - 15 = 0$	$x_1 = 5, x_2 = -3$	$\{5, -3\}$
2	$2x^2 + 6x = 0$		
3	$x^2 + 4 = 0$		
4	$x^2 - 6x = -9$		
5	$4x^2 = 9$		
6	$15x^2 - x = 2$		
7	$2(x-7) = x(x-7)$		
8	$(x-3)(x+2) = 6$		
9	$(2x-5)^2 = 4$		
10	$(3x+1)^2 = -9$		

จากตารางที่ 1 นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะของคำตอบสมการกำลังสอง ซึ่งสรุปได้ว่าสามารถเกิดได้ แบบ

.....

.....

.....

ตารางที่ 2 ให้นักเรียนหาเซตคำตอบของสมการพหุนาม

ข้อ	สมการพหุนาม	คำตอบจากเครื่องคิดเลข	เซตคำตอบที่เป็นจำนวนจริง
1	$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$	$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = -2$	$\{1, -1, -2\}$
2	$x^3 + 4x^2 + x = 6$		
3	$x^3 - x^2 = 30x$		
4	$8x^3 - 27 = 0$		
5	$4x^3 - 20x = 0$		
6	$3x^3 - 14x^2 + 11x = 2$		
7	$6x^4 - 7x^3 - 10x^2 + 3x = -2$		
8	$2x^4 = 17x^2 + 9$		
8	$2x^4 + 4x^2 + 13x^2 + 6x = -15$		

ถ้าคำตอบเป็นทศนิยมให้ตอบเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง

จากตารางที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับลักษณะคำตอบของสมการและจำนวนคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

สมการดีกรีสาม มีลักษณะคำตอบ แบบ ได้แก่

.....

สมการดีกรีสี่ มีลักษณะคำตอบ แบบ ได้แก่

.....

ในกรณีสมการพหุนามมีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม มีคำตอบเป็นเศษส่วนให้นักเรียนอภิปรายความเกี่ยวข้องระหว่างตัวเศษของคำตอบกับตัวประกอบของ a_0 และ ตัวส่วนของคำตอบกับตัวประกอบของ a_n

.....

แบบฝึกทักษะที่ 3

เรื่อง สมการพหุนามตัวแปรเดียว

1. ให้นักเรียนหาเซตคำตอบของสมการพหุนาม

1.1 $(2x+3)(x^2+2)=0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 $x^3-x^2-14x+24=0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 $5x^2(x-1)+1=x^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 $x^2(x-4)+x=4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5 $3x^4+4x^3-19x^2=8x-12$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.6 $x(2x^3+7x+9)=9(x^3+1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงตอบคำถามต่อไปนี้ กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริง

2.1 ถ้า $2x^3 + ax^2 - 17x + b = 0$ มี 2 และ 5 เป็นคำตอบของสมการแล้ว ค่าของ $a + b$ เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

2.2 ถ้า $6x^3 + ax^2 - 9x = 4$ มี -1 เป็นคำตอบของสมการแล้ว ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการนี้ เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 ถ้า $x^4 - 2x^3 + ax - 1 = 0$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x-1)^3(x+b) = 0$ แล้ว ค่าของ ab เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....